

数学漫谈

中科院数学与系统科学研究院
中国科学院大学

袁亚湘
2020.03.14

yyx@lsec.cc.ac.cn
<http://lsec.cc.ac.cn/~yyx>

热烈庆祝国际数学节！

The International Day of Mathematics
March 14



一. 什么是数学？

- 研究数量、结构、变化、空间以及信息等概念的一门学科

----- 百度百科

- the science of structure, order, and relation that has evolved from counting, measuring, and describing the shapes of objects.

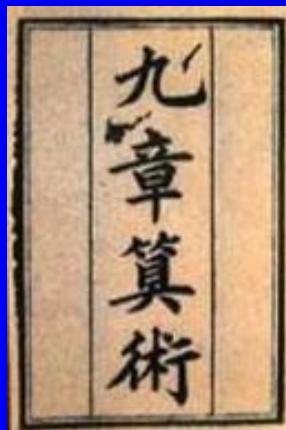
----- *Encyclopedia Britannica*

数学的不同定义

- 数学是一切知识中的最高形式 (柏拉图)
- 数学是知识的工具 (笛卡儿)
- 数学是通往科学之门和钥匙 (培根)
- 数学是科学的皇后 (高斯)
- 数学是符号加逻辑 (罗素)
- 数学是上帝描述自然的符号 (黑格尔)
- 数学是研究抽象结构的理论 (布尔巴基学派)
- 数学是一种别具匠心的艺术 (哈尔莫斯)
- 数学是各式各样的证明技巧 (维特根斯坦)
- 数学是无穷的科学 (赫尔曼外尔)

数学：名字的由来

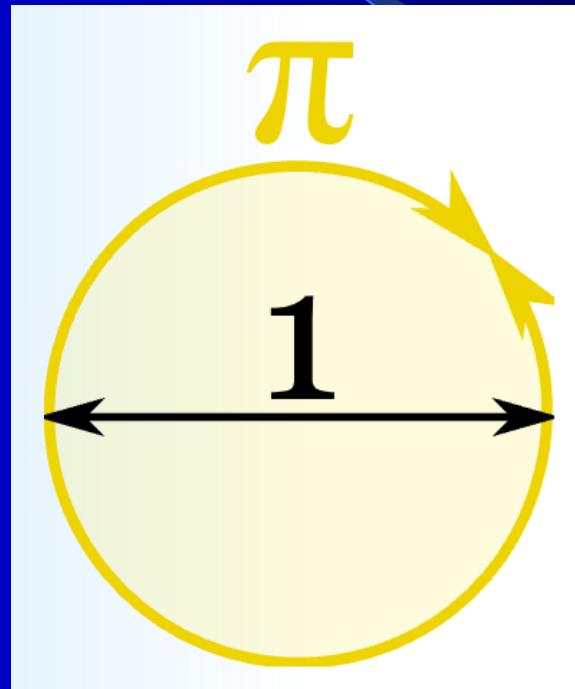
- 在古代中国：算术、算学、数学



- 英文： Mathematics
- 希腊文： μαθηματικά
(直译： 干什么就要学什么)

数学节： 3.14

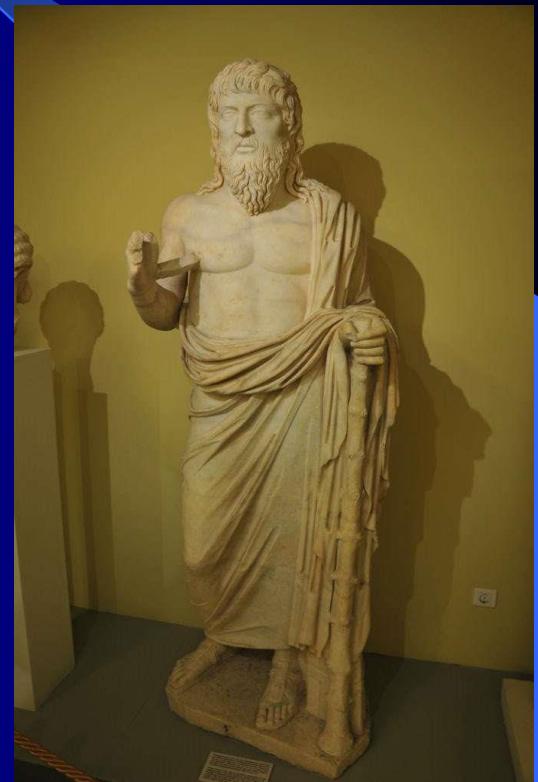
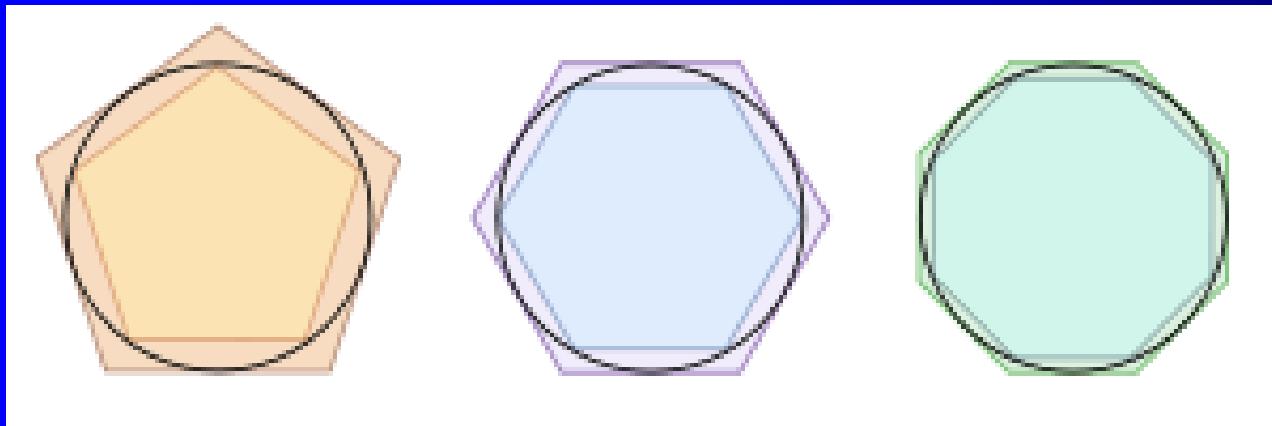
- 圆周率 $\pi \approx 3.14$



联合国教科文组织2019年11月在巴黎召开的全体大会上通过将3月14日定为国际数学节

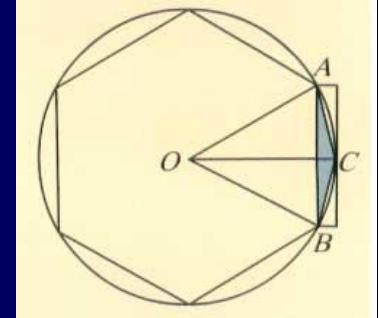
割圆术—阿基米德

内接多边形周长 < 圆周长 < 外切多边形周长

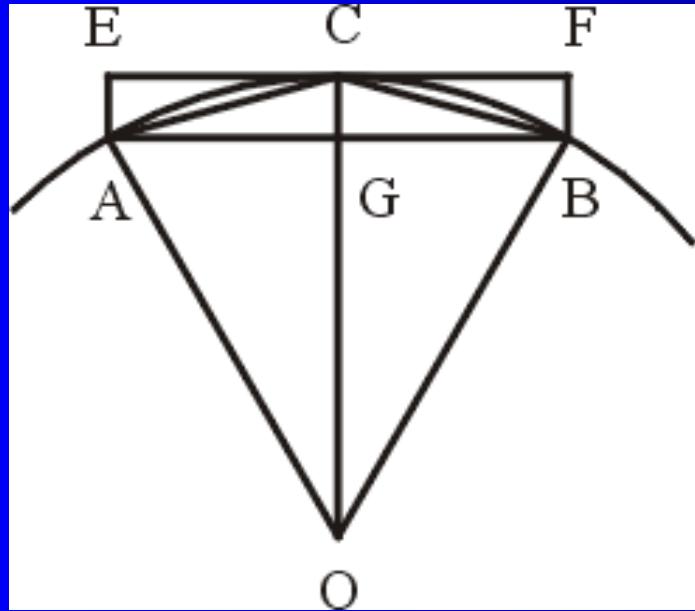


阿基米德(c.287-212BC)
Archimedes of Syracuse

割圆术—刘徽



内接多边形面积 < 圆面积 < 内接多边形面积 + 边



$$2S(2n) - S(n) > \pi > S(n)$$



刘徽 (约225-295)

一些求 π 的公式

$$\frac{\pi}{4} = 1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \frac{1}{9} - \frac{1}{11} + \dots$$

$$\frac{\pi^2}{6} = \frac{1}{1^2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} + \frac{1}{5^2} + \frac{1}{6^2} + \dots$$

$$\pi = \cfrac{4}{1 + \cfrac{1^2}{2 + \cfrac{3^2}{2 + \cfrac{5^2}{2 + \cfrac{7^2}{2 + \cfrac{9^2}{2 + \cfrac{11^2}{2 + \dots}}}}}} = 3 + \cfrac{1^2}{6 + \cfrac{3^2}{6 + \cfrac{5^2}{6 + \cfrac{7^2}{6 + \cfrac{9^2}{6 + \cfrac{11^2}{6 + \dots}}}}}} = \cfrac{4}{1 + \cfrac{1^2}{3 + \cfrac{2^2}{5 + \cfrac{3^2}{7 + \cfrac{4^2}{9 + \cfrac{5^2}{11 + \dots}}}}}}$$

$$\pi = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{16^k} \left(\frac{4}{8k+1} - \frac{2}{8k+4} - \frac{1}{8k+5} - \frac{1}{8k+6} \right)$$

$$\frac{1}{\pi} = \frac{\sqrt{8}}{9801} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(4n)!}{(n!)^4} \times \frac{26390n + 1103}{396^{4n}}$$

$$\frac{1}{\pi} = \frac{1}{53360\sqrt{640320}} \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{(6n)!}{n!^3 (3n)!} \times \frac{13591409 + 545140134n}{640320^{3n}}$$

求 π 的 世 界 纪 录

前20世纪	埃及	$(16 \div 9)^2 \approx 3.1605$
前19世纪	巴比伦	$25 \div 8 = 3.125$
前12世纪	中国	3
前5世纪	圣经	3
前250年	阿基米德	3.140845 3.142857 (22/7)
263	刘徽	3.14159
5世纪	祖冲之	3.1415926 3.1415927
1400	Madhava	10位
1706	Machin	100 位
1947		808位
1961		100265 位
1987		1亿位
1999		2061亿位
2010		2.7 万亿位
2016		22.4 万亿位
2019		31,415,926,535,897 位

神奇的 π ：试试你想要的数列



The numeric string **19210701** appears at the 44,842,733rd decimal digit of Pi.

41576860960771774469**19210701**54779855180643999467
^ <-- 44,842,733rd digit



The numeric string **19491001** appears at the 82,267,377th decimal digit of Pi.

22085312403289382812**19491001**53079685510209225743
^ <-- 82,267,377th digit

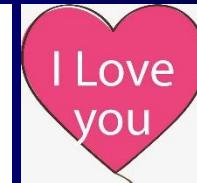
The numeric string **1314** appears at the 3,902nd decimal digit of Pi.

52286847831235526582**1314**49576857262433441893
^ <-- 3,902nd digit



The numeric string **5201314** appears at the 2,823,254th decimal digit of Pi.

45429376279483455866**5201314**95896550048467417153
^ <-- 2,823,254th digit



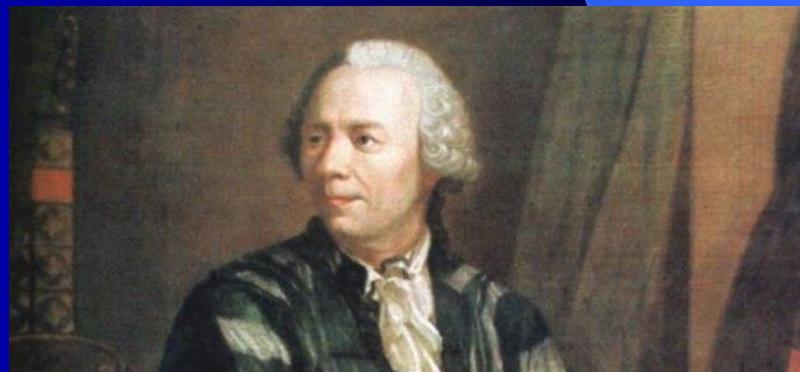
圆周率的记号为什么是 π ?

圆周率在西方也称为阿基米德常数，长期以来以“用它乘以直径就得到圆周长的量”来称呼。

William Jones (1675-1764) 于
1706年用 π 来代表圆周率



π 被广泛使用归功于著名
数学家欧拉 (1707-1783)



二. 数学的特点

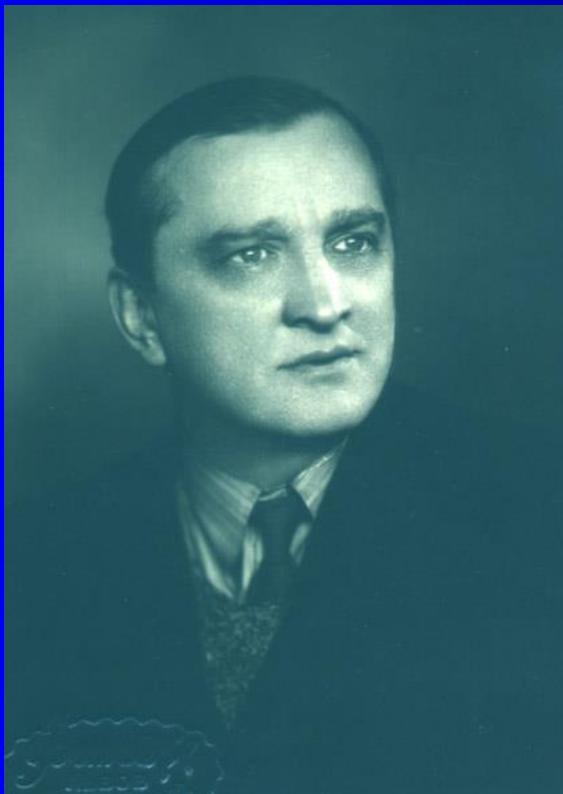
五个关键词：

- 美丽
- 真理
- 有趣
- 真难
- 智慧

数学关键词：美

数学之美

几乎所有的数学家都认为数学是美的

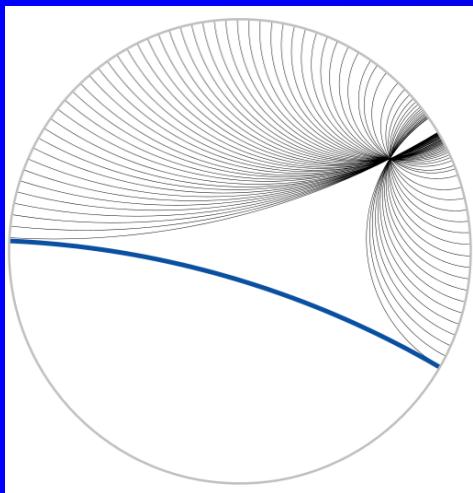
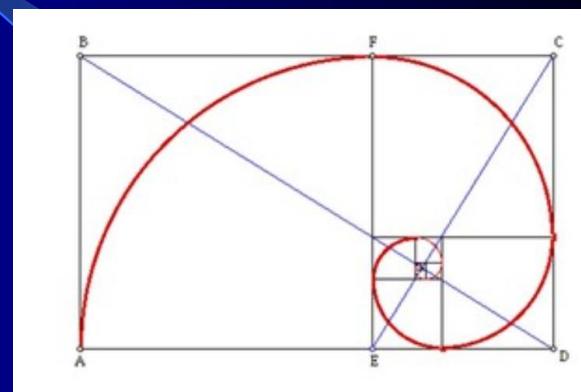
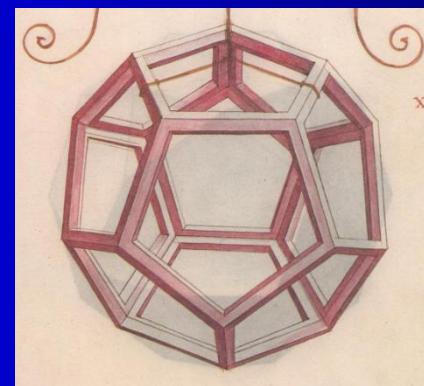
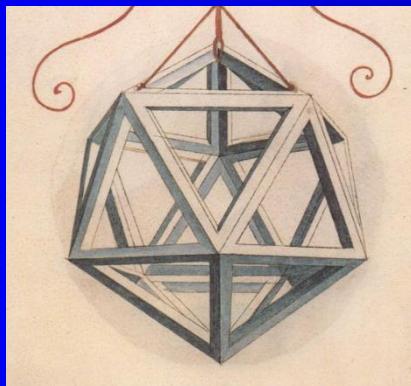
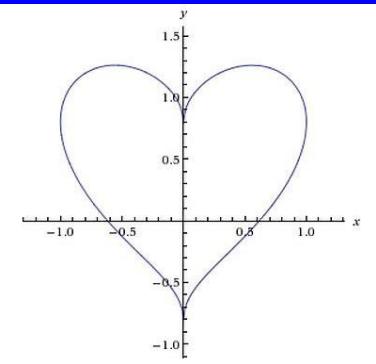


Mathematics is the
most beautiful and
most powerful creation
of the human spirit.

Stefan Banach

(1892-1945)

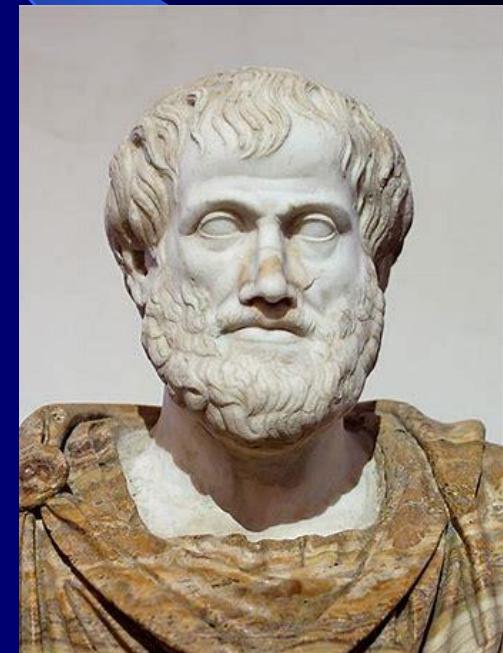
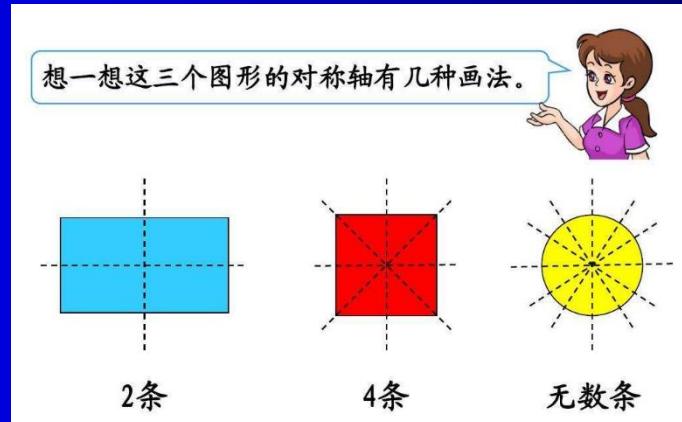
数学之美



数学美：对称

对称是美的形式之一，数学中对称到处可见

$$\begin{aligned}P_1 &= x_1 + x_2 + \cdots + x_n \\P_2 &= x_1x_2 + x_1x_3 + \cdots + x_{n-1}x_n \\&\vdots \\P_n &= x_1x_2 \cdots x_n\end{aligned}$$



The mathematical sciences particularly exhibit order, symmetry and limitation; and these are the greatest forms of the beautiful.

Aristotle (384BC-322BC)

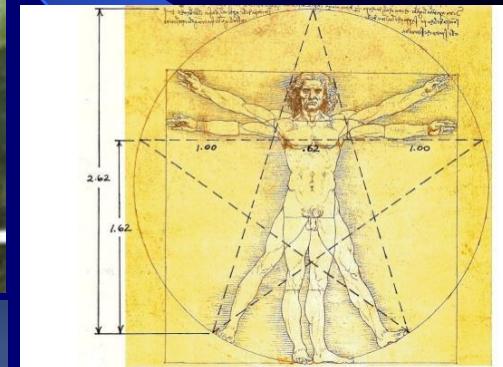
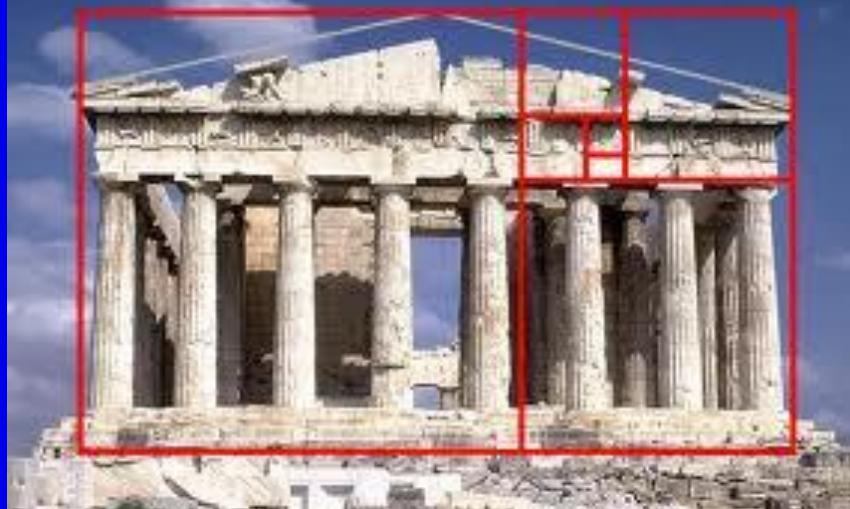
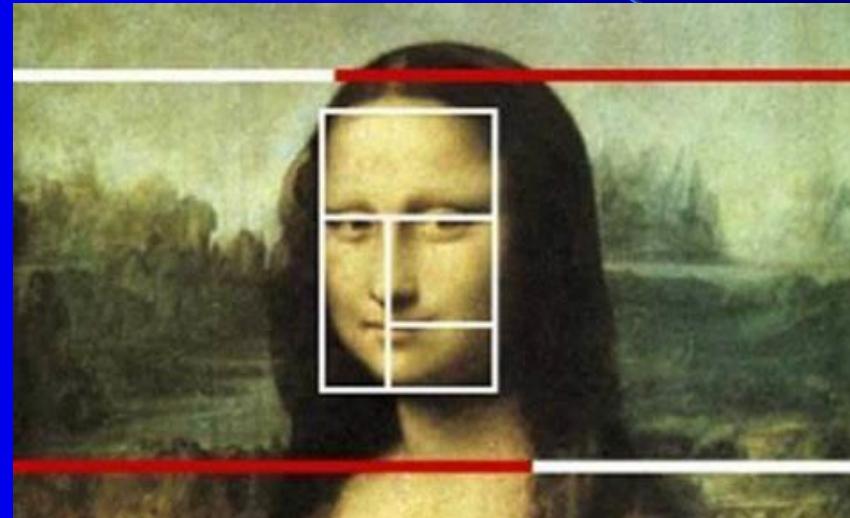
亚里士多德

数学美：比例

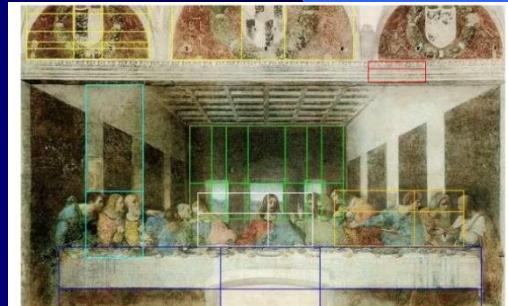
黄金分割



开普勒 (1571–1630)
Johannes Kepler



Leonardo Da Vinci's Vitruvian Man is the familiar icon of proportion. The width of the outstretched arms equals his height (within the square). The chest is 62% of the arms. A perfect star fits within the circle using the same ratio.



The Golden Section was used extensively by Leonardo Da Vinci.
Note how all the key dimensions of the room, the table and ornamental shields in Da Vinci's "The Last Supper" were based on the Golden Ratio

数学美：简洁

欧拉公式

$$e^{i\pi} + 1 = 0$$

牛顿定律

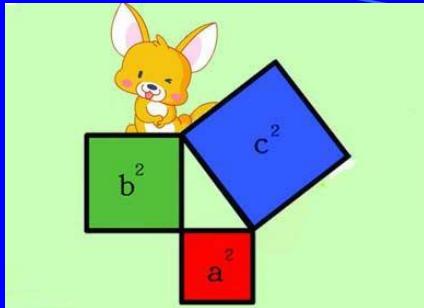
$$F = m \times a$$

欧拉点线面公式

$$V - E + F = 2$$

麦克斯韦方程

$$\begin{aligned}\nabla \cdot D &= \rho \\ \nabla \cdot B &= 0 \\ \nabla \times E &= -\frac{\partial B}{\partial t} \\ \nabla \times H &= \frac{\partial D}{\partial t} + J\end{aligned}$$



$$3^2 + 4^2 = 5^2$$

$$5^2 + 12^2 = 13^2$$

$$9^2 + 40^2 = 41^2$$

$$11^2 + 60^2 = 61^2$$

$$13^2 + 84^2 = 85^2$$

... ...

数学美：神奇

费马大定理： $x^n + y^n = z^n$

当n大于2时没有正整数解



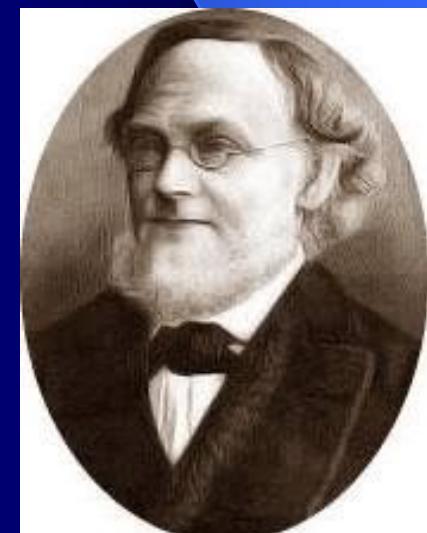
(1601-1665)

哥德巴赫猜想：任何大于4的偶数可写成两个素数之和

$$4 = 2+2 \quad 6 = 3+3, \quad 8 = 3+5, \quad 10 = 3+7,$$

$$12 = 5+7, \quad 14 = 7+7, \quad 16 = 3+13, \quad 18 = 5+13,$$

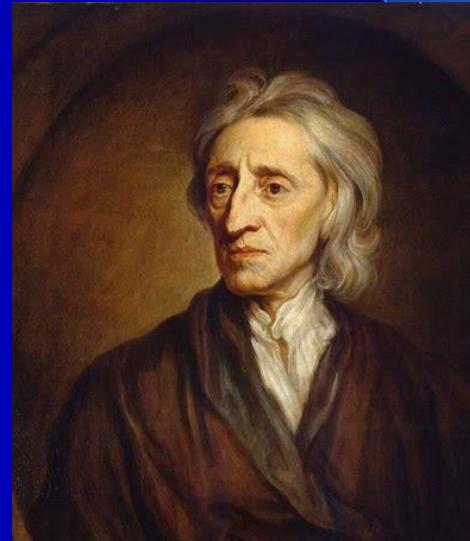
$$20 = 7+13, \quad 22 = 5+17, \quad \dots \dots$$



(1690-1764)

数学美：干净

数学证明必须坚实、干干净净，没有任何瑕疵



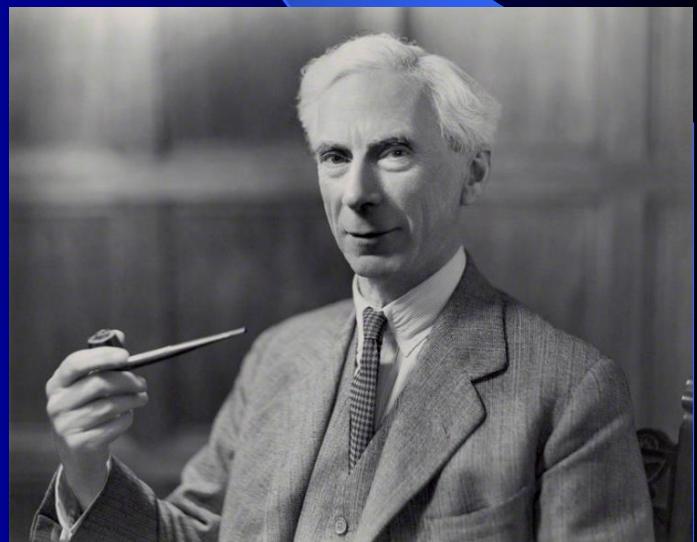
Mathematical proofs, like diamonds, are hard and clear,
and will be touched with nothing but strict reasoning.

约翰·洛克 John Locke (1632-1704)

数学美：极美、高冷

数学不用修饰，是真正的素颜美

Mathematics, rightly viewed, possesses not only truth, but **supreme beauty** - a beauty cold and austere, like that of sculpture, ...
... such as only the greatest art can show.



罗素 (1872-1970)
Bertrand Russell

数学关键词：真

数学真：公理化

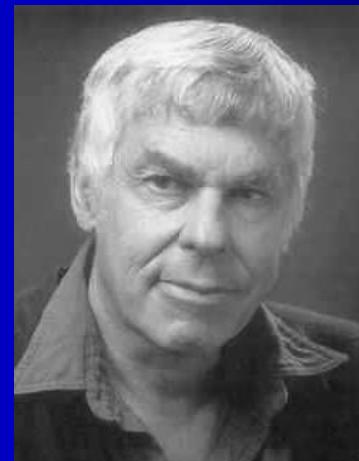
- 平面几何：欧氏五条公理
- 集合论：ZF公理体系
- 数学也是一种信仰
- 数学家大多都有理想、有信仰



欧几里得 Euclid
(约330BC–275BC)

When you are young, if you
do not believe in communism,
you do not have a heart!

-- 李天岩
(1945-)



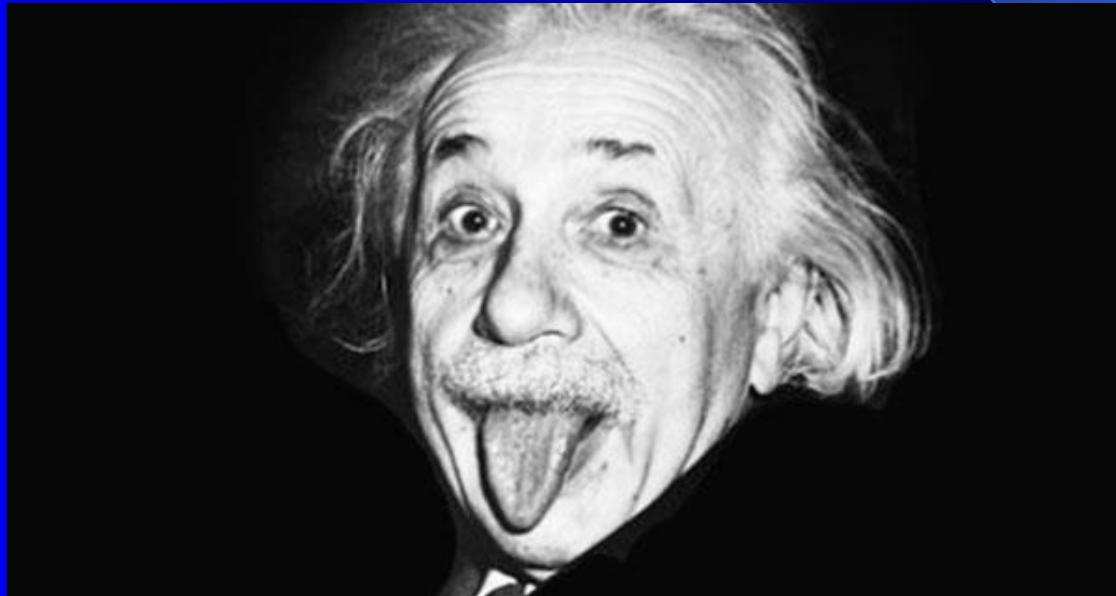
Smale (1930-)



Maculan(1943-)

数学真：逻辑严谨

Pure mathematics is, in its way,
the poetry of logical ideas.



爱因斯坦 Albert Einstein (1879.3.14-1955)

数学真： 证明严格

数学的证明需要严格，容不得任何含糊

严格之于数学家,就如道德之于人

Rigour is to the mathematician
what morality is to men.

Andre Weil (1906-1998)

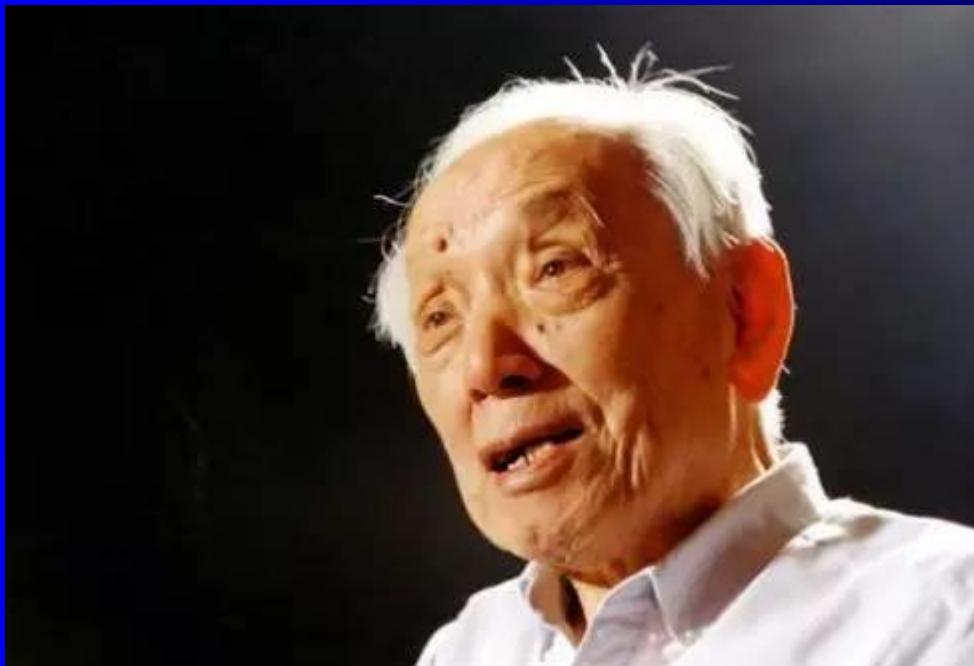


数学关键词：趣

数学趣：好玩

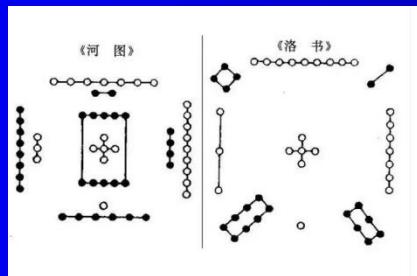
数学好玩， 玩好数学

- 陈省身(1911-2004)



数学趣：数

- 有趣的数列： 等差、等比、斐波那契
- 数阵



16	3	2	13
5	10	11	8
9	6	7	12
4	15	14	1

倍数与约数：
3的倍数各位数之和也是3的倍数
9的倍数各位数之和也是9的倍数

素数： 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 23, 29, 31, 37, 41, 43, ...

完全数： 等于除它本身之外的所有约数之和

$$6 = 1 + 2 + 3, \quad 28 = 1 + 2 + 4 + 7 + 14$$

其他完全数： 496, 8126, 33550336, ...

数学趣：数

- 数论是皇后上的皇冠 --- 高斯



高斯(1777-1855)
Carl Friedrich Gauss

- 例子一：哥德巴赫猜想

任何大于2的偶数可以写成两个素数之和

- 例子二：孪生素数猜想

存在无穷多个素数 p , 使得 $p+2$ 也是素数

$(3, 5), (11, 13), (17, 19), (29, 31), (41, 43), \dots, (82811, 82813), \dots, (99989, 99991), \dots$

- 例子三： $3X+1$ 猜想

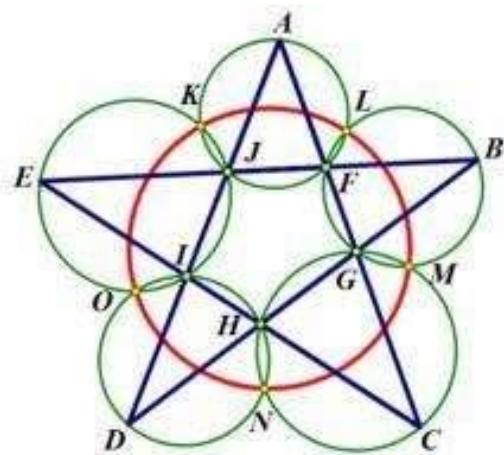
任给一正整数，如果是奇数就乘3加1，如果是偶数，就除以2，一直下去，最终一定会变成1。

$$\begin{aligned} & 7 - 22 - 11 - 34 - 17 - 52 - 26 - 13 - 40 - 20 - 10 - 5 - 16 - 8 - 4 - 2 - 1 \\ & 15 - 46 - 23 - 70 - 35 - 106 - 53 - 160 - 80 - 40 - 20 - 10 - 5 - 16 - 8 - 4 - 2 - 1 \end{aligned}$$

数学趣：几何

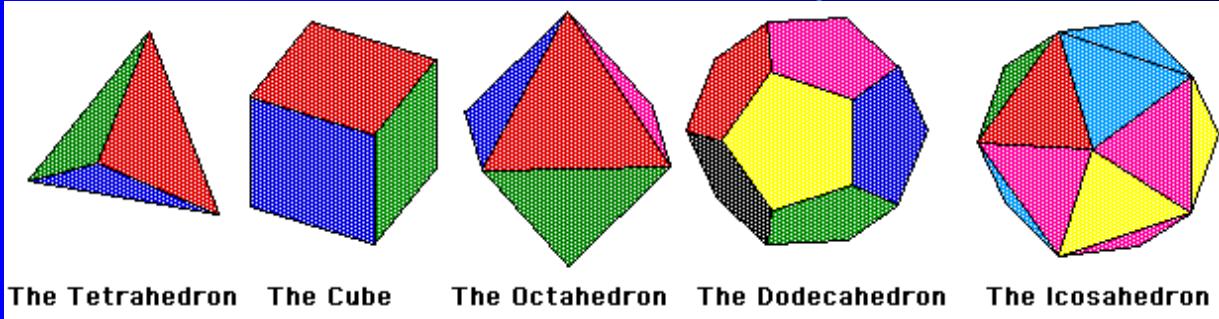
几何中很多有趣问题，如：“江五点”问题

假设：任意一个星形，五个三角形，外接圆交于五点。求证：这五点共圆。（在任意五角星AJEIDHCGBF中， $\triangle AFJ$ 、 $\triangle JEI$ 、 $\triangle IDH$ 、 $\triangle HCG$ 和 $\triangle GBF$ 各自的外接圆顺次相交的交点分别为K、O、N、M、L。求证：K、O、N、M、L五点共圆。）



2002年江泽民颁发
菲尔茨奖

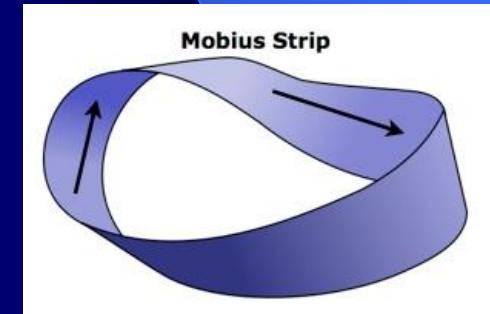
数学趣：形



August Möbius
(1790-1868)



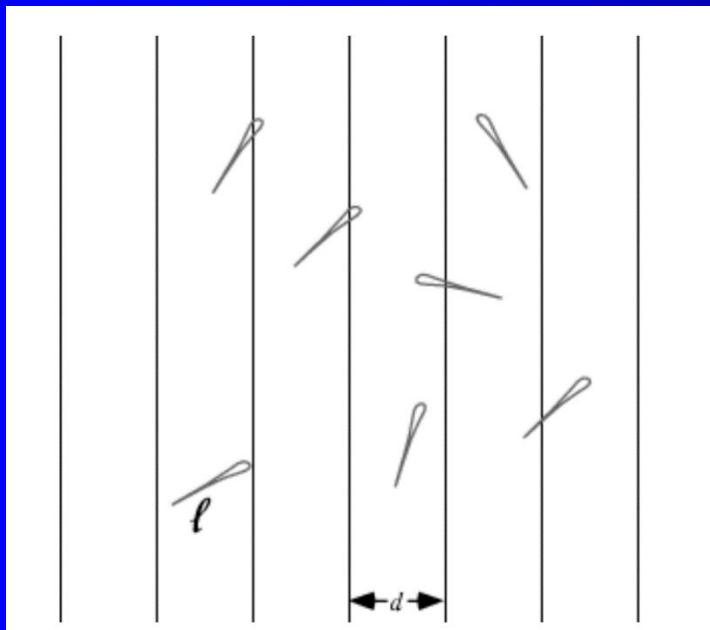
莫比乌斯带



数学趣：概率

Buffon 投针问题：

在平面上画一些距离为 d 的平行线，向此平面任投长度为 ℓ ($\ell < d$) 的针，则针于平行线相交的概率是 $2\ell/d\pi$



Georges Buffon (1707-1788)

数学趣：极限

洛必达法则告诉我们：
输的不是起跑线，而是速度



L'Hospital (1661-1704)

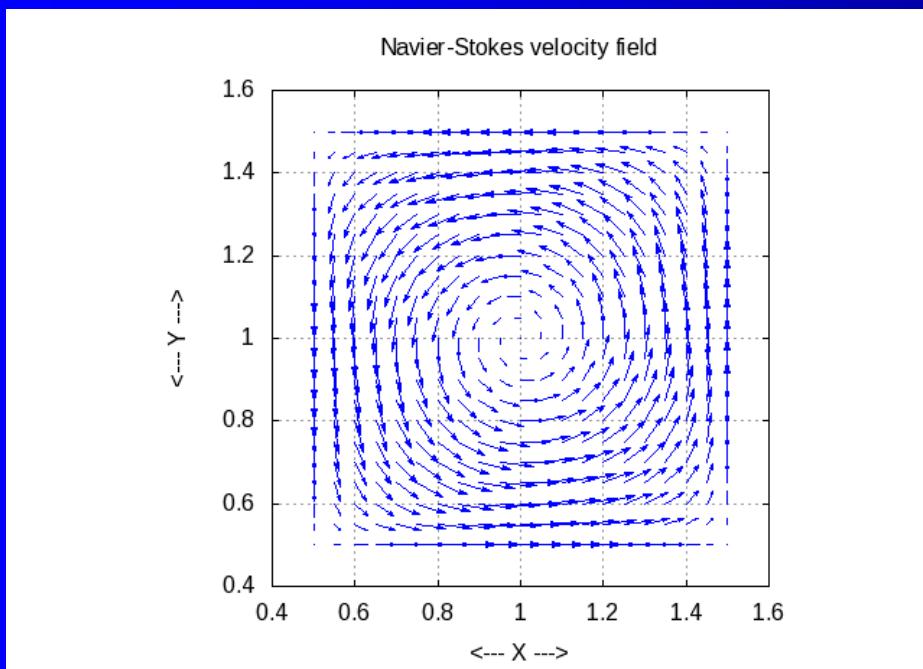
$$\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{f(t)}{g(t)} = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{f'(t)}{g'(t)}$$



约翰·贝努里(1667—1748)
Johann Bernoulli

数学趣：旋

头上为什么会有旋？ 数学家可以用向量场来解释



数学关键词：难

数学： 太难了

作业太难 不会做！



为娘也
不会做啊！

一年级
数学题



哎哟！怎么这么难

爸爸，
这道题我不会做



初二那年弯腰捡了支笔
从此再没听懂过数学课



我太难了

上辈子我一定是道数学题

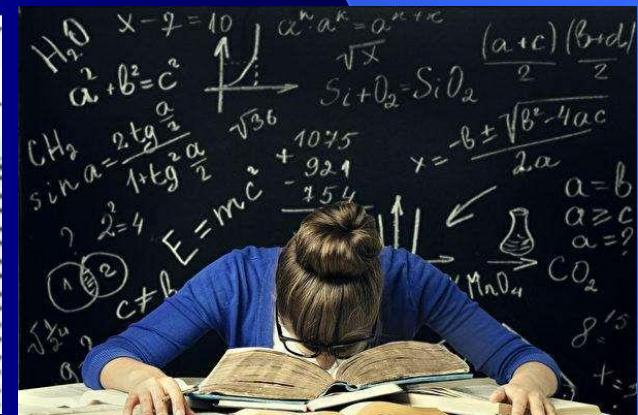
數學
MATH

Mental Abuse To Humans
人類精神虐待

终于知道数学为什么叫MATH了

同学你下来吧
高等数学过了！
真的

矿大博学楼

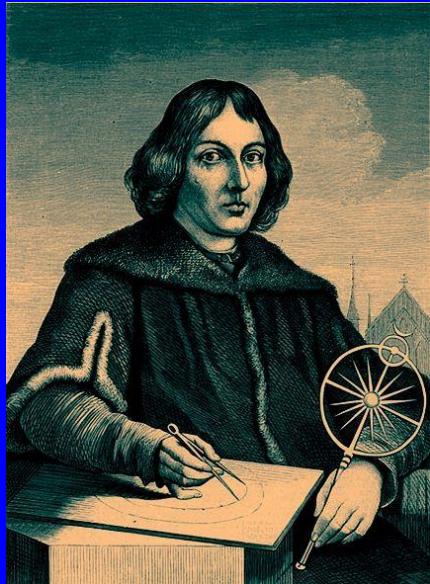


数学难：语言难懂

数学由于其独特的语言让外行不易理解

Mathematics is written for
mathematicians.

Nicholaus Copernicus



哥白尼
(1473-1543)

Mathematicians are like Frenchmen:
whatever you say to them they
translate into their own language and
forthwith it is something entirely
different.

歌德
Goethe (1749-1832)



数学难：证明复杂

数学由于证明太复杂让外行望而生畏

Mathematics consists of proving
the most obvious thing in the
least obvious way.

George Polya (1887-1985)



数学难：内容抽象

数学由于其高度抽象很难让大众理解

Annals of Mathematics, 142 (1995), 443–551

Modular elliptic curves and Fermat's Last Theorem

By ANDREW WILES*

For Nada, Clare, Kate and Olivia

Cubum autem in duos cubos, aut quadratoquadratum in duos quadratoquadratos, et generaliter nullam in infinitum ultra quadratum potestatem in duos ejusdem nominis fas est dividere: cuius rei demonstrationem mirabilem sane detexi. Hanc marginis exiguitas non caperet.

Pierre de Fermat

Introduction

An elliptic curve over \mathbb{Q} is said to be modular if it has a finite covering by a modular curve of the form $X_0(N)$. Any such elliptic curve has the property that its Hasse-Weil zeta function has an analytic continuation and satisfies a functional equation of the standard type. If an elliptic curve over \mathbb{Q} with a given j -invariant is modular then it is easy to see that all elliptic curves with the same j -invariant are modular (in which case we say that the j -invariant is modular). A well-known conjecture which grew out of the work of Shimura and Taniyama in the 1950's and 1960's asserts that every elliptic curve over \mathbb{Q} is modular. However, it only became widely known through its publication in a paper of Weil in 1967 [We] (as an exercise for the interested reader!). In which,

45

THEOREM 0.1. *For each prime $p \in \mathbb{Z}$ and each prime $\lambda \mid p$ of \mathcal{O}_f there is a continuous representation*

$$\rho_{f,\lambda}: \text{Gal}(\bar{\mathbb{Q}}/\mathbb{Q}) \longrightarrow \text{GL}_2(\mathcal{O}_{f,\lambda})$$

which is unramified outside the primes dividing Np and such that for all primes $q \nmid Np$,

$$\text{trace } \rho_{f,\lambda}(\text{Frob } q) = c(q, f), \quad \det \rho_{f,\lambda}(\text{Frob } q) = \chi(q)q^{k-1}.$$

RF La Poste 2001
PIERRE DE FERMAT 1601-1665
 $x^n + y^n = z^n$
 $x^n + y^n = z^n$
 $n \neq 3$
n'a pas de solution pour des entiers $n > 2$
4,50 F
0,69 €
LAVERGNE

数学难：不同的内容

虽然都叫数学， 不同阶段的数学内容完全不一样



数学关键词：慧

上了十二年的数学
只记得数学老师是个秃子

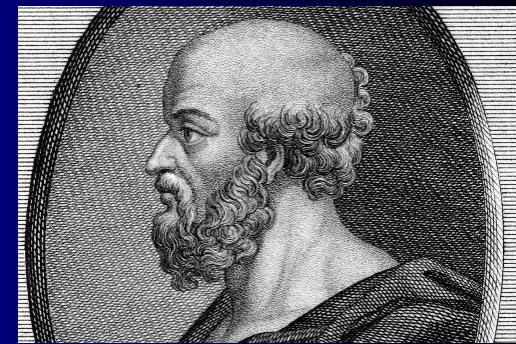


数学慧：聪明

从事数学研究，特别是纯数学研究，
需要绝顶聪明

超越人类的极限，做宇宙的主人

TRANSIRE SUUM PECTUS MUNDOQUE POTIRI

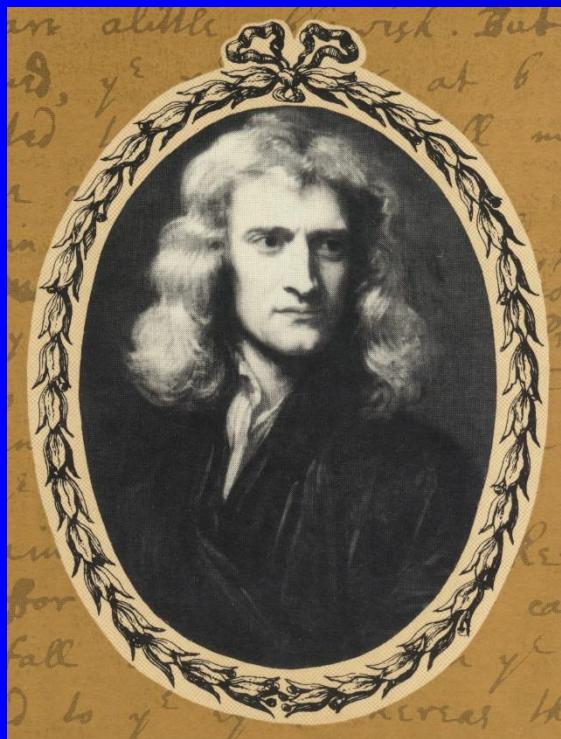


Eratosthenes
(约276BC-192BC)



数学慧：思考

By *thinking* on it continually



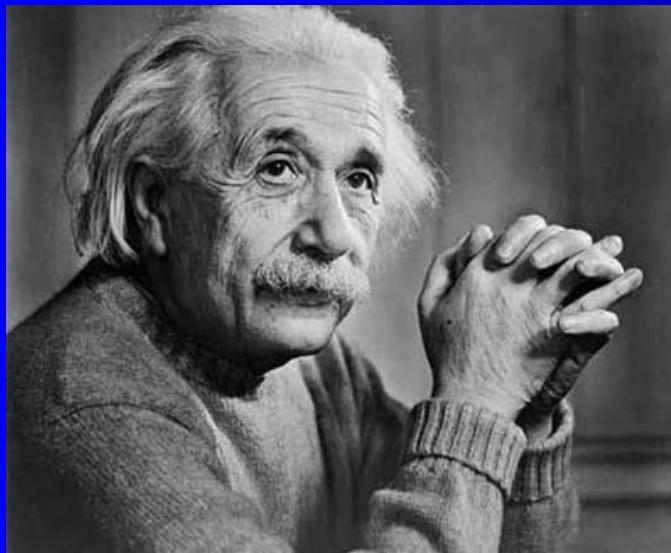
牛顿 Newton (1643-1727)



数学慧：想象力

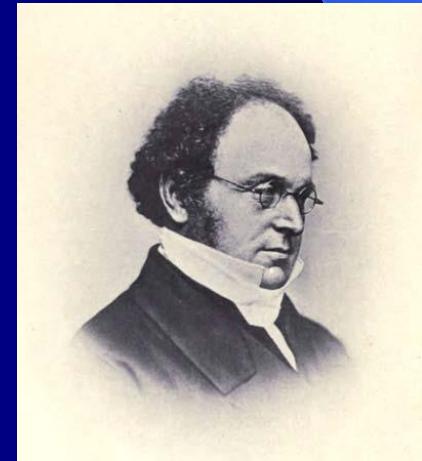
数学是对想象力要求异常高的学科

Imagination is more important than knowledge



爱因斯坦(1879.3.14-1955)

The moving power of mathematical invention is not reasoning but imagination.



Augustus De Morgan(1806-1871)

数学慧：直觉

数学的重大发现往往是“无中生有”，直觉非常重要

Mathematics has been most advanced by those who distinguished themselves by intuition rather than by rigorous proofs.

Felix Klein (1849-1925)

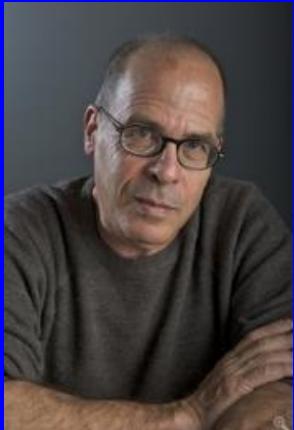
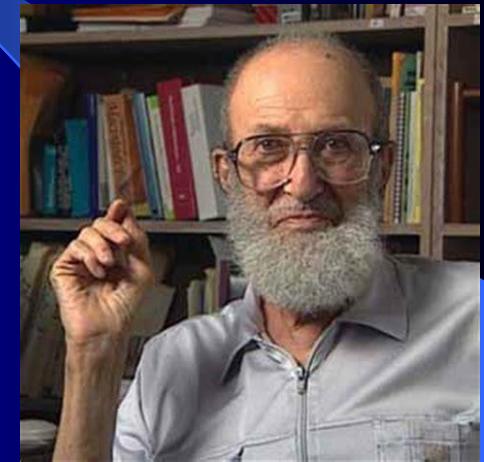


数学慧：天赋

数学是智者的游戏；有的数学家很有天赋

To be a scholar of mathematics you must be born with talent, insight, concentration, taste, luck, drive and the ability to visualize and guess.

保罗·哈尔莫斯 Paul Halmos (1916-2006)

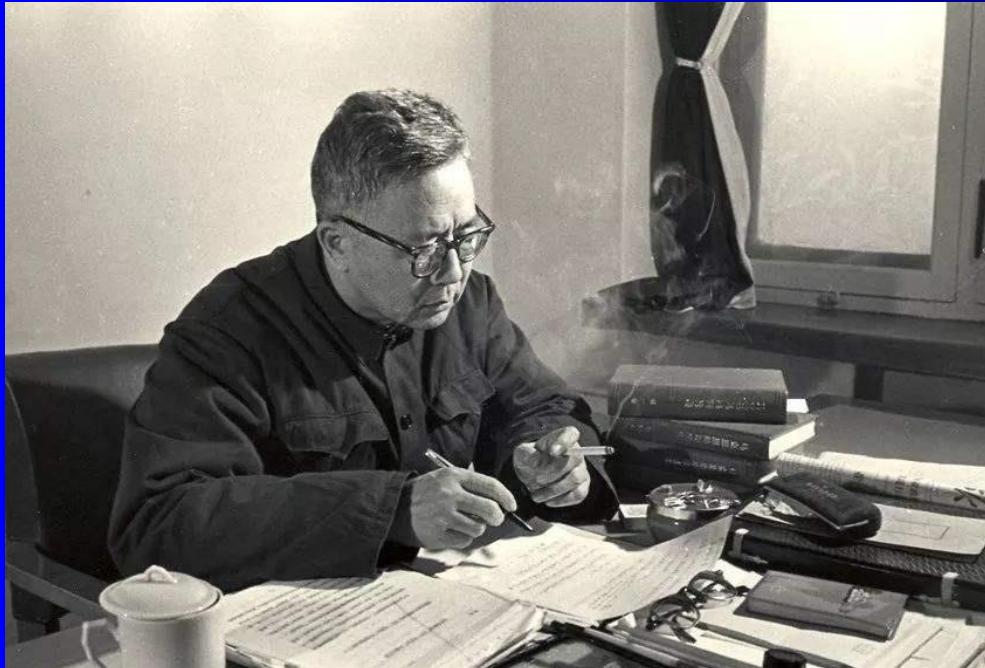


Mathematics is the summit of human thinking. It has all the creativity and imagination that you can find in all kinds of art, but unlike art-charlatans and all kinds of quacks will not succeed there.

梅厄·沙莱夫 Meir Shalev(1948--)

数学慧：努力

学数学天赋很重要，但更重要的是努力



华罗庚（1910-1985）



三. 数学的作用

- 数学有用吗？
- 首届国际数学节的主题是：
“数学处处可见”
Mathematics is Everywhere

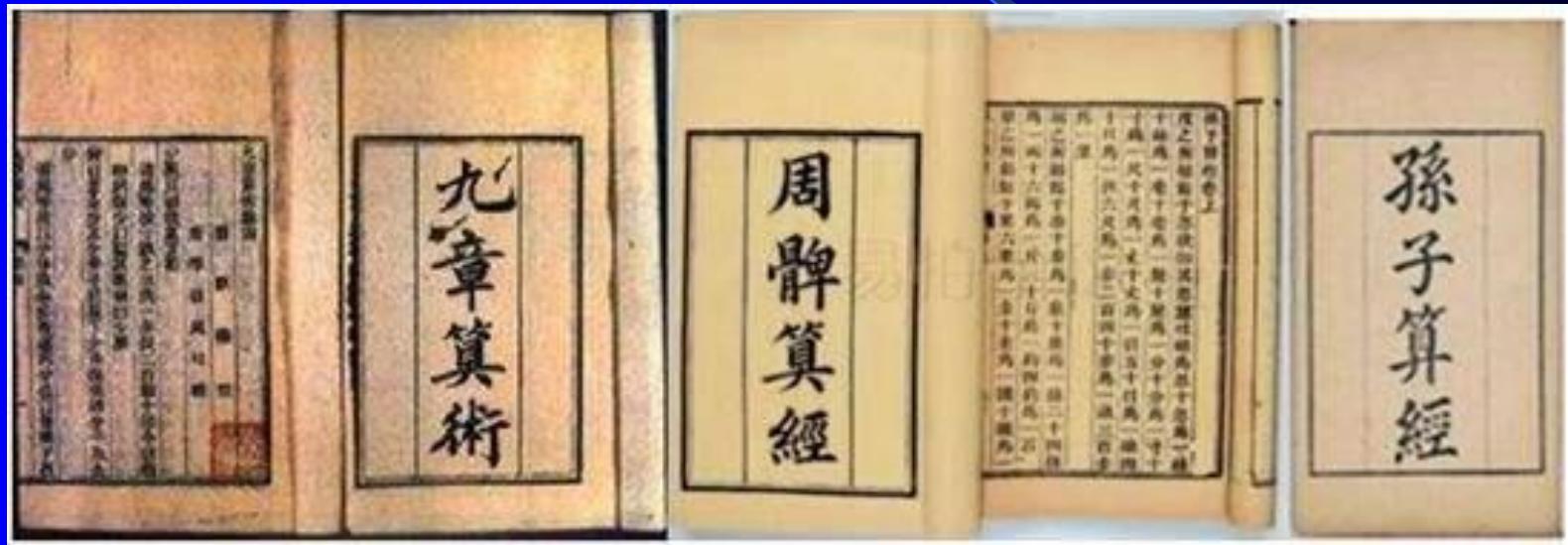
关于数学无用的笑话

笑话一： 热气球迷路

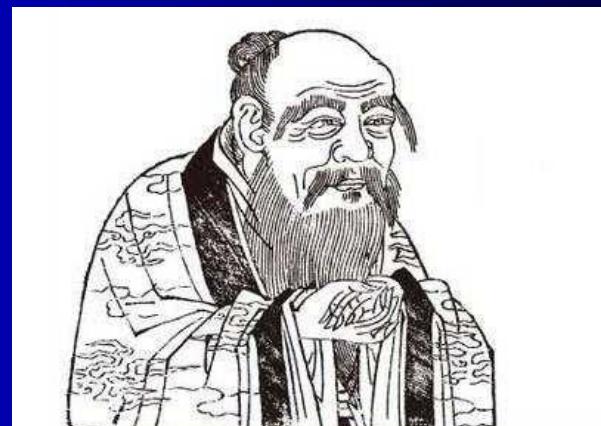


笑话二： 杀恐龙的故事

古代中国数学：计算



善数，不用筹策
---老子《道德经》

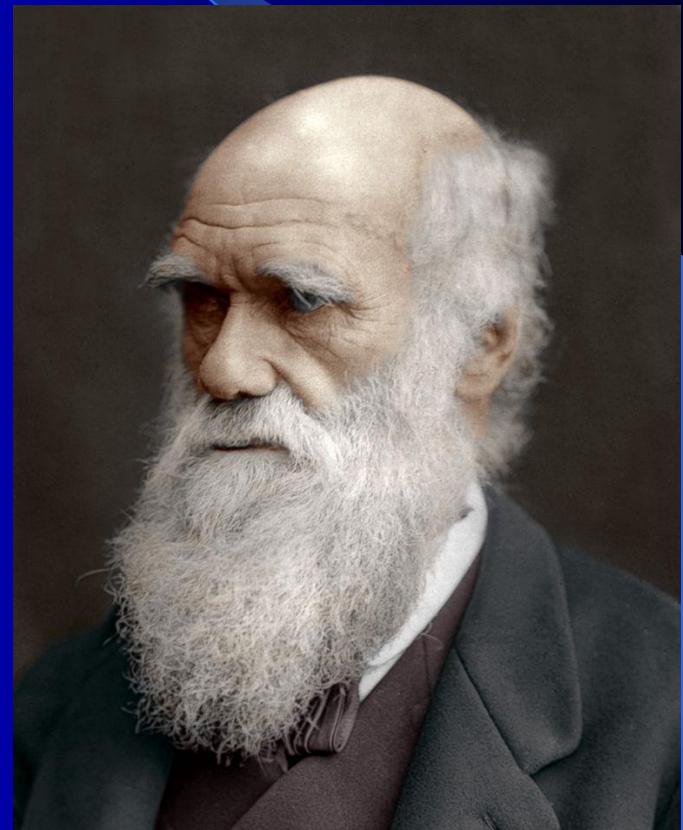


数学：指导作用

数学为其他学科的新发现提供指导和表达形式

Every new body of discovery is mathematical in form, because there is no other guidance we can have.

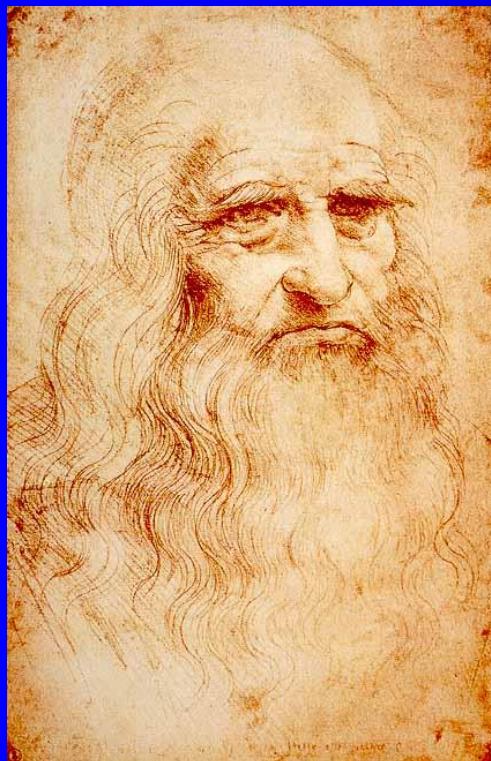
Charles Darwin(1809-1882)



达尔文

数学：其他科学的基础

数学是所有自然科学的基础，不用数学的学科一定还未成年



No human investigation can be called real science if it cannot be demonstrated mathematically.

Mechanics is the paradise of the mathematical sciences, because by means of it one comes to the fruits of mathematics.

Leonardo da Vinci (1452-1519)

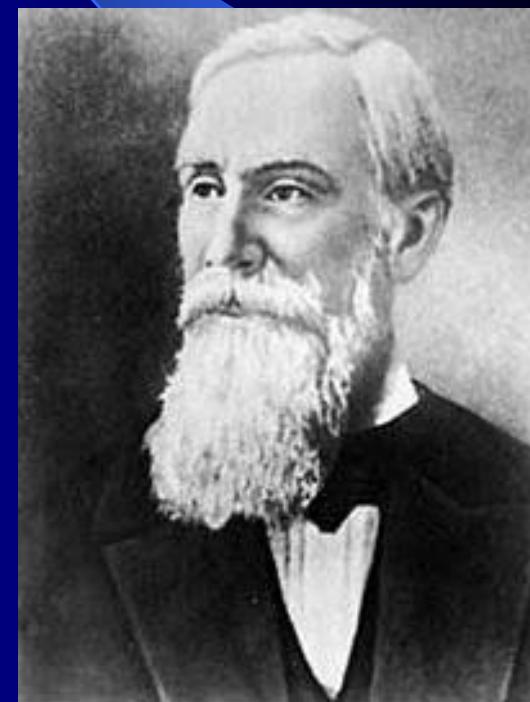
达·芬奇

数学：与实际联系

数学不应该与实际脱离

To isolate mathematics from the practical demands of the sciences is to invite the sterility of a cow shut away from the bulls.

P.L. Chebyshev(1821-1894)



切比雪夫

数学：强有力的语言

数学是强有力的工具，数学处处可见



Mathematics is a more powerful instrument of knowledge than any other that has been bequeathed to us by human agency.

笛卡尔 Rene Descartes (1596-1650)



Without mathematics, there's nothing you can do. Everything around you is mathematics. Everything around you is numbers.

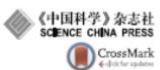
夏琨塔拉·戴维 Shakuntala Devi (1929-2013)

数学处处可见：疫情分析

中国科学：数学 2020 年 第 50 卷 第 3 期：385~392

SCIENTIA SINICA Mathematica

论文



基于一类时滞动力学系统对新型冠状病毒肺炎疫情的建模和预测

尹闻¹, 陈瑜¹, 刘可健^{1,2}, 罗心悦¹, 许伯熹¹, 江渝¹, 程晋^{3*}

¹ 上海财经大学数学学院, 上海 200433;

² 上海财经大学上海市金融信息技术研究重点实验室, 上海 200433;

³ 复旦大学数学科学学院上海市应用数学重点实验室, 上海 200433

E-mail: yan.yue@mail.shufe.edu.cn, yuchen@shufe.edu.cn, liu_kej@shufe.edu.cn, vera@163.shufe.edu.cn, xu.bixi@mail.shufe.edu.cn, jiang.yu@mail.shufe.edu.cn, jcheng@fudan.edu.cn

收稿日期: 2020-02-04; 接受日期: 2020-02-06; 网络出版日期: 2020-02-10; *通信作者
国家自然科学基金(批准号: 11971121)和上海市科学技术委员会“上海青年科技启明星计划”(批准号: 19QA1403400)资助项目

摘要 2019 年 12 月, 新型冠状病毒肺炎 (novel coronavirus pneumonia, NCP) 疫情从武汉开始暴发, 几天内迅速传播到全国乃至海外。科学有效地掌控疫情发展对疫情防控至关重要。本文基于全国各级卫生健康委员会每日公布的累计确诊病例和治愈数, 提出一类基于时滞动力学系统的传染病模型。在模型中引入时滞过程, 用来描述病毒潜伏期和治疗周期。通过公布的数据, 精准反演模型的参数; 其次有效地模拟目前疫情的发展, 并预测疫情未来的趋势; 最后分析各级政府防控措施手段的有效程度, 并发现在现有的有效防控措施下, 疫情将在近期好转。

关键词 新型冠状病毒肺炎 | 时滞动力学模型 | 疫情预测 | 疫情控制

MSC (2010) 主题

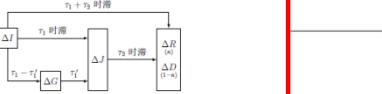


图 2.1: 模型示意图。

有毒性肺部病例。

重症), 此后该疾

急增加, 2020

年 1 月 7 日, 中

国疾病预防控

制中心将该新型

冠状病毒命名为

2019 新型冠状

病毒病。

2020 年 2 月 2 日,

团报告

1. β 被定义为传染率, 它代表每个感染者在单位时间内的平均传染人数; 在就医和隔离期间, 我们认为感染者与隔离者均无传染性。因此, 在时刻 t 能引起进一步传染的人数是 $I(t) - G(t) - J(t)$ 。
2. 参数 γ 是致病率参数, 累计治愈人数 $J(t)$ 均来自于潜伏期 t_1 天内的感染人数。
3. 感染者 $I(t)$ 变化如下两个因素决定:
 - (a) 具有传染性的个人因政府防控措施而被隔离, 其中隔离率为 ε 。
 - (b) 隔离者在隔离了 t_2 天后被确诊入院, 假设 $\int_{t-t_2}^t I(t')G(t')dt'$ 表示 $G(t)$ 中确诊的感染者 $G(t)$ 的历史数据影响。
4. 一旦被感染, 需经历 t_1 天的潜伏期才能进行治疗。

这里需要指出的是, 在政府每日发布的疫情数据中, 可以获得累计确诊人数 $J(t)$ 和累计治愈人数 $R(t)$ 的信息, 而 $I(t)$ 和 $G(t)$ 通常无法获得。因此实际计算时, 我们采用 $I(t)$ 与 $R(t)$ 进行拟合数据的反馈。

中国科学：数学 2020 年 第 50 卷 第 7 期: 1~10

SCIENTIA SINICA Mathematica

论文



新型冠状病毒肺炎疫情下武汉及周边地区何时复工? 数据驱动的网络模型分析

王霞¹, 唐三一¹, 陈勇², 冯晓梅³, 肖燕妮^{4*}, 徐宗本⁵

¹ 西安科技大学数学与信息科学学院, 西安 710062;

² 中国人民解放军疾病预防控制中心, 北京 100071;

³ 运城学院数学与信息技术学院, 运城 044000;

⁴ 西安交通大学数学与统计学院, 数学与生命科学交叉中心, 西安 710049;

⁵ 西安交通大学数学与统计学院, 大数据算法与分析技术国家工程实验室, 西安 710049

E-mail: xiaowang@xmu.edu.cn, xytang@xmu.edu.cn, chenyonger@126.com, xiaomei_0529@126.com, yxiao@mail.xjtu.edu.cn, shi@xjtu.edu.cn

收稿日期: 2020-02-14; 接受日期: 2020-02-17; 网络出版日期: 2020-02-20; *通信作者
国家自然科学基金(批准号: 11631012, 11772017 和 11601301) 资助项目

摘要 基于全国和湖北省新型冠状病毒肺炎 (COVID-19) 疫情报告数据以及百度人口迁徙与分布大数据, 本文构建武汉及周边 15 个疫情严重城市的 COVID-19 传播复杂网络模型, 重点分析武汉及周边地区复工的可能时间节点和复工对二次暴发风险的影响。首先基于各个城市的累计病例数估计 1 月 23 日武汉的累计病例数, 得到不同时期湖北省 16 个主要城市控制再生数的估计值, 揭示了早期的传播风险和未来的传播风险小(抑制再生数的值小于 1)。本文基于 2019 年同期的流动网络结构和流动量模拟整个网络模型, 给出 2020 年 2 月 17、2 月 24 日和 3 月 2 日的复工对各个城市疫情的影响。主要结论显示, 在较强的防控措施和自我防护下, 2020 年 3 月 2 日复工将在一段时间内不会引起疫情的二次暴发。

关键词 新型冠状病毒肺炎 | 网络模型 | 控制再生数 | 疫情预测

MSC (2010) 主题分类 35A34, 65N21

1 引言

在 2020 年春节前暴发的 COVID-19 疫情 (参见文献 [1, 2]), 由武汉首发并快速向全国蔓延, 人民群众的正常生活和社会经济遭受重大影响, 生命健康受到极大的威胁。现如今, 全国上下众志成城, 亿万军民戮力同心, 全面打响了夺取疫情防控的阻击战。这一过程中, 数学模型在早期 COVID-19 疫情的预测、预警和风险分析中具有非常重要的作用。具体体现在, 利用少量和实时更新的数据, 构建

模型解算。

1. 1 被定义为传染率, 它代表每个感染者在单位时间内的平均传染人数; 在就医和隔

离期间, 我们认为感染者与隔离者均无传染性。因此, 在时刻 t 能引起进一步传染的人数是 $I(t) - G(t) - J(t)$ 。

2. 参数 γ 是致病率参数, 累计治愈人数 $J(t)$ 均来自于潜伏期 t_1 天内的感染人数。

3. 感染者 $I(t)$ 变化如下两个因素决定:

- (a) 具有传染性的个人因政府防控措施而被隔离, 其中隔离率为 ε 。
- (b) 隔离者在隔离了 t_2 天后被确诊入院, 假设 $\int_{t-t_2}^t I(t')G(t')dt'$ 表示 $G(t)$ 中确诊的感染者 $G(t)$ 的历史数据影响。

4. 一旦被感染, 需经历 t_1 天的潜伏期才能进行治疗。

这里需要指出的是, 在政府每日发布的疫情数据中, 可以获得累计确诊人数 $J(t)$ 和累计治愈人数 $R(t)$ 的信息, 而 $I(t)$ 和 $G(t)$ 通常无法获得。因此实际计算时, 我们采用 $I(t)$ 与 $R(t)$ 进行拟合数据的反馈。

中国科学：数学 2020 年 第 50 卷 第 7 期: 1~14

SCIENTIA SINICA Mathematics

论文



新型冠状病毒肺炎疫情控制策略研究: 效率评估及建议

黄森忠^{1*}, 彭志行², 新桢³

1 南开大学统计与数据科学学院, 智慧健康数据研究中心, 医院数据分析与统计研究天津市重点实验室, 天津 300071;

2 南医医科大学公共卫生学院流行病与卫生统计系, 南京 211166;

3 山西大学复杂系统研究所, 高效防治的数学技术与大数据分析山西省重点实验室, 太原 030006

E-mail: senzhonghuang@nankai.edu.cn, zhishangpeng@njmu.edu.cn, jinzhin_029@163.net

收稿日期: 2020-02-19; 接受日期: 2020-03-03; 网络出版日期: 2020-03-03; *通信作者

国家自然科学基金(批准号: 62031104); 国家自然科学基金(批准号: 61731514 和 81673275) 和国家科技重大专项(批准号: 2017ZX130201101 和 2018ZX1301715002) 资助项目

摘要 基于传 |

EpiSIX (模型是

12 日以来发布

控制策略的效率 |

基本参数, 如基

模型要点、流行用



新型冠状病毒肺炎疫情数据挖掘与离散随机传播动力学模型分析

唐三一¹, 唐彪², Nicola Luigi Bragazzi³, 夏凡³, 李堂娟³, 何莎¹,

任鷗宇⁴, 王震⁵, 向长城⁶, 彭志行⁷, 吴建宏⁸, 肖燕妮^{9*}

1 新冠肺炎

EpiSIX (模型是

12 日以来发布

控制策略的效率 |

基本参数, 如基

模型要点、流行用

摘要 新型冠状病毒肺炎 (COVID-19) 疫情已蔓延至全国各地, 包括西藏在内很多省份的早期传播以输入病例为主, 后期的传播在严格的防控措施下也呈下降趋势, 评估防控措施的有效性, 分析人口流动对疫情的影响对于研究西藏 (或其他以输入病例为主的地区) 疫情和未来应对突发性传

染病

收稿日期: 2020-02-26; 接受日期: 2020-03-02; 网络出版日期: 2020-03-03; *通信作者

国家自然科学基金(批准号: 11831012, 61772017 和 11961204) 资助项目

摘要 新型冠状

病毒肺炎 (COVID-19) 疫情已蔓延至全国各地, 包括西藏在内很多省份的早期传播以输入

病例为主, 后期的传播在严格的防控措施下也呈下降趋势, 评估防控措施的有效性, 分

析人口流动对疫情的影响对于研究西藏 (或其他以输入病例为主的地区) 疫情和未来应对突发性传

染病

2 有效再生数的估

用 M_i 和 $C_i^{M(n)}$ 分别表示省内第 i 日新增输入病例数和新增确诊输入病例数, T_{inf} 表示输入病例从输入到确诊的时长。假设对 k 个连续的日期 t_1, \dots, t_k , M_j 表示均值为 λ_j 的泊松分布, 其中 λ_j 是估计的参数。 Δt 表示 k 个连续的日期 t_1, \dots, t_k 内每天新增确诊输入病例数 $C_i^{M(n)}, \dots, C_i^{M(n)}$ 和一个输入病例在第 j 日进入陕西并在第 j 日被确诊的概率 $p_{ij} = P(t_j - \Delta t \leq T_{\text{inf}} < t_j + \Delta t)$ 。假设对任意 j , $q_j = \sum_{i=t_{j-1}+1}^{t_j} p_{ij}$, $P_j > 0$, 以便利用卷积方法, 利用 $C_i^{M(n)}, \dots, C_i^{M(n)}$ 和 p_{ij} 对参数 $\lambda_1, \dots, \lambda_k$ 加以估计。我们利用Richardson-Lucy迭代算法来解决这个问题, 即按照如下公式迭代更新未知参数的估计值:

$$C_i^{M(n+1)} = \sum_{j=t_{n-1}+1}^{t_n} p_{ij} \lambda_j^{(n)}, \quad \lambda_j^{(n+1)} = \frac{\lambda_j^{(n)}}{q_j} \sum_{i=t_{j-1}+1}^{t_j} \frac{p_{ij}}{C_i^{M(n)}}.$$

其中 $C_i^{M(n)}$ 和 $\lambda_j^{(n)}$ 是第 n 次迭代时 $C_i^{M(n)}$ 和 λ_j 的估计值, 估计迭代在拟合误差

$$\chi^2 = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \frac{(C_i^{M(n)} - C_i^{M(n)})^2}{C_i^{M(n)}}$$

数学处处可见：CT



武汉协和放射科

重症期CT表现

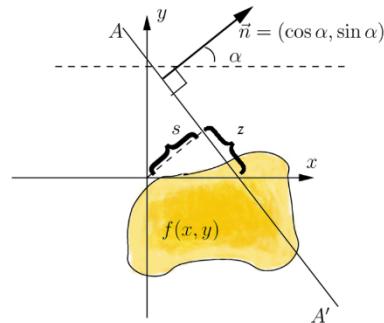
- 双肺弥漫性病变，少部分呈“白肺”表现
- 实变影为主，合并GGO，多伴条索影
- 空气支气管征

男性，39岁，华南海鲜市场商户，发热、咳嗽10天

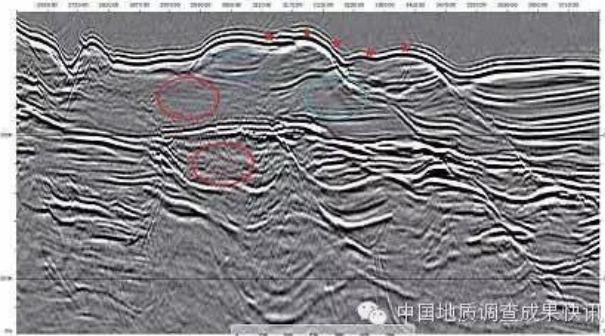
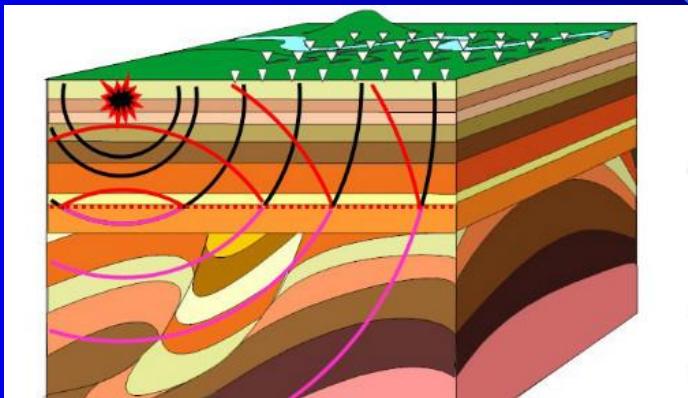
拉东变换
Radon Transform
公式

$$Rf(\theta, t) = \int_R f(t\theta + s\theta^\perp) ds$$

$$f(x) = \frac{1}{4\pi^2} \int_0^{2\pi} \int_R \frac{\partial_t Rf(\theta, t)}{x \cdot \theta - t} dt d\varphi$$



数学处处可见：地球勘探

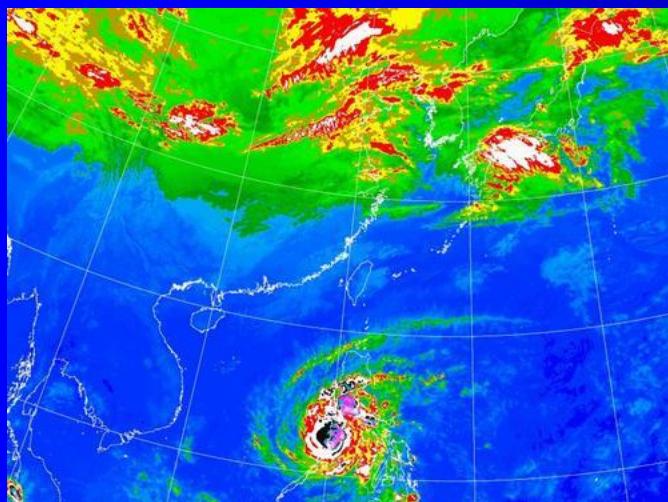


地球物理勘探的数学理论：正演（正问题）和反演（反问题）

勘探模拟方法：积分法、微分法；涉及许多数学方法，如

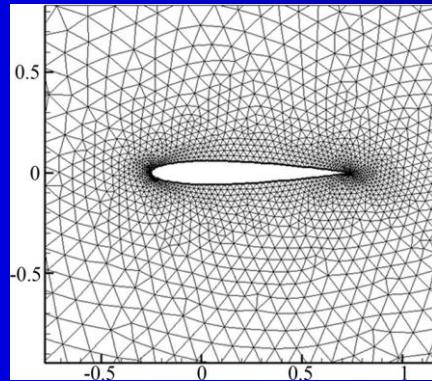
解析延拓、积分变换、时频分析、微分方程数值解、
正则化方法、低阶-高阶优化方法等。

数学到处可见：天气预报



曾庆存(1935-)

数学到处可见：航空航天



航空涉及到的核心问题之一是空气动力学，数学上是求解流体力学方程；飞机外形设计还涉及到数学优化方法）



航天技术中的若干数学问题及其解法

黄烈德 ▼

Some Mathematical Problems of Astro

Huang Lei-de (Tung-ji University, Shanghai) ▼

摘要/Abstract

摘要： <正>一、前言大家知道要决定一次很好的航天飞行,须要:1)选择最优飞行轨道,2)制定最优推力规划;3)决定最优设计方案。这就有赖于运用适当的数学方法及“三C”技术的密切配合(“三C”技术是计算机Computer、通讯Communication、与控制Control技术。航天技术中的数学问题很多,笔者试就航天器在高超声速流运动以及湍流的敏感性分析和火箭在发射架上运动的相互干扰等所出现的重要数学问题挑选几个,并提出解决的方案或方法。这些由航天技术中抽象出来的理论性问题的研究、探索,往往对提出新型的设计思想或方案是有促进作用的;反过来又能丰富数学的内涵。

吴伟仁 (1953-)

数学到处可见：大数据、人工智能



知乎 @请记住要开心

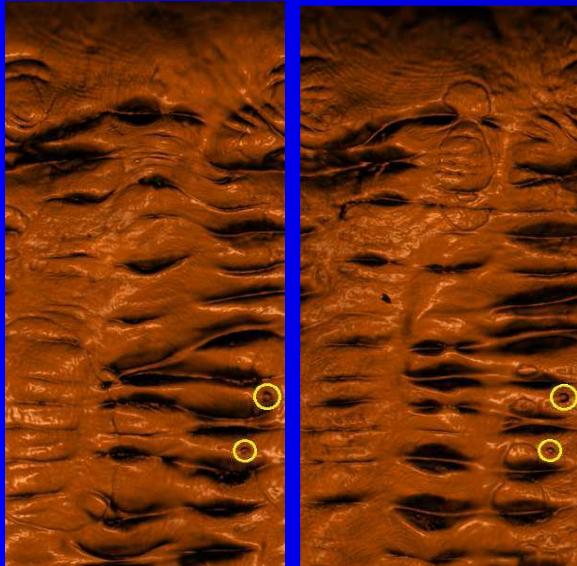


数学到处可见：图像处理

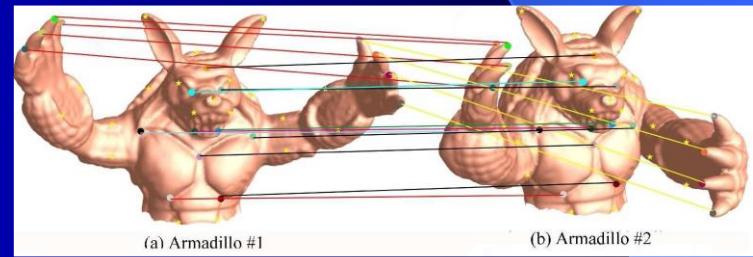
图像去噪



最优传输算法实现照片风格转换

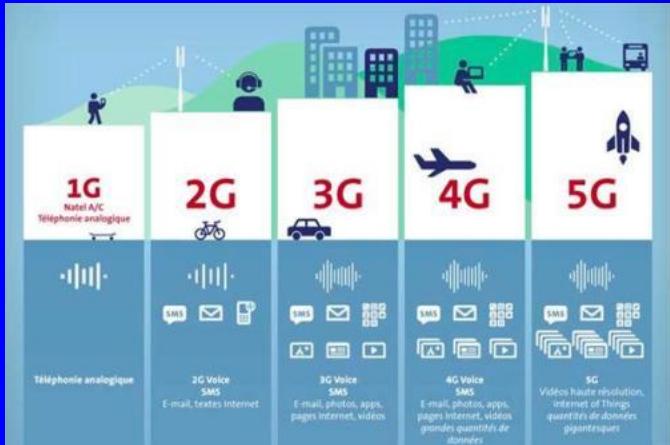


基于 Ricci Flow 的虚拟肠镜



应用Teichmuller映射实现三维曲面配准

数学到处可见：通讯

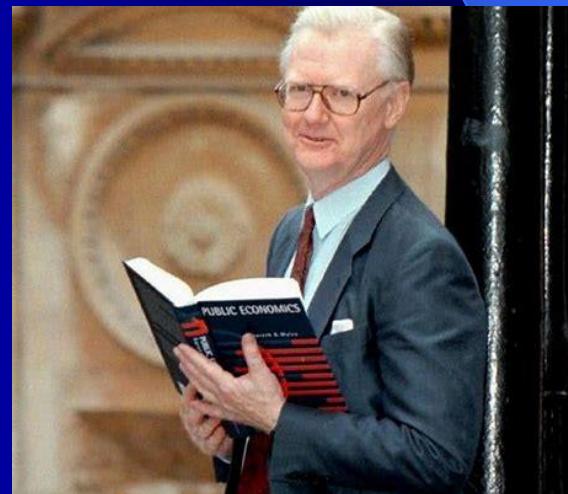


任正非 (1944-)

数学到处可见：金融经济



纳什 John Nash(1928-2015)



James Mirrlees (1936-2018)

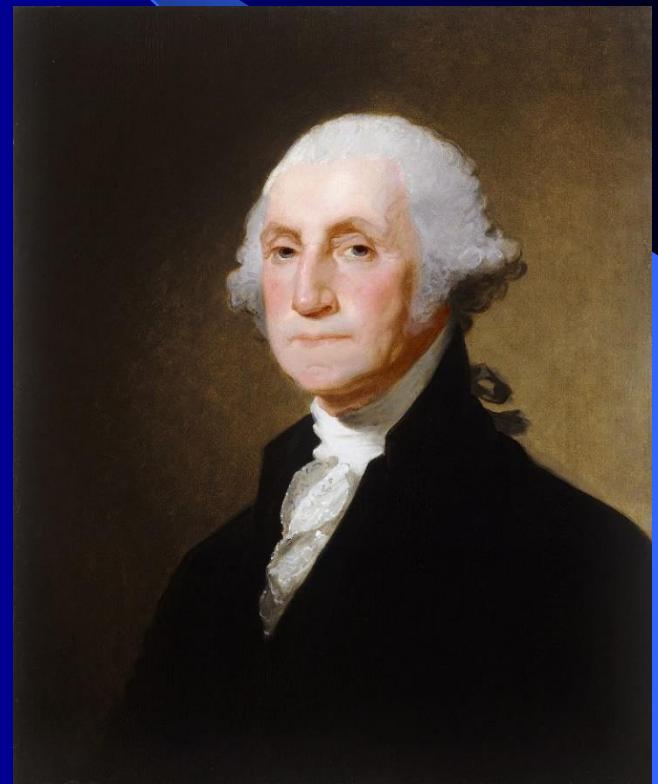
数学的重要性

对数学的探索让头脑习惯于推理和求真

--- 华盛顿

The investigation of mathematical truths accustoms the mind to method and correctness in reasoning, and is an employment peculiarly worthy of rational beings.

George Washington(1732-1799)



数学的重要性

数学的进步与国家的兴旺紧密相连

--- 拿破仑

The advancement and
perfection of mathematics are
intimately connected with the
prosperity of the State.

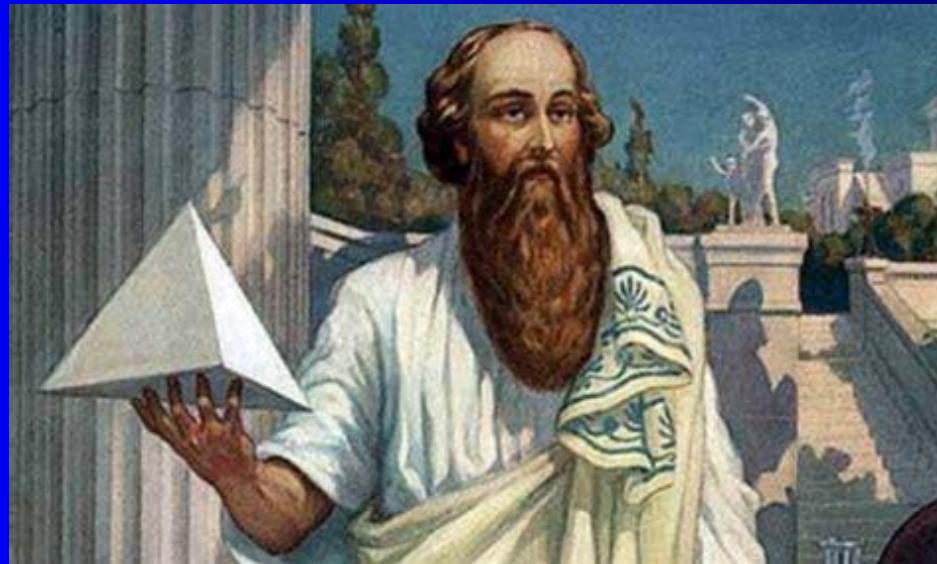
Napoléon (1769-1821)



数学的重要性

数统治宇宙 --- 毕达哥拉斯

Number rules the universe.



Pythagoras (571BC-495BC)

我国近年来对数学十分重视

 中华人民共和国科学技术部
Ministry of Science and Technology of the People's Republic of China

请输入关键字

首页 组织机构 信息公开 科技政策 科技计划 政务服务 党建工作 公众参与 专题专栏

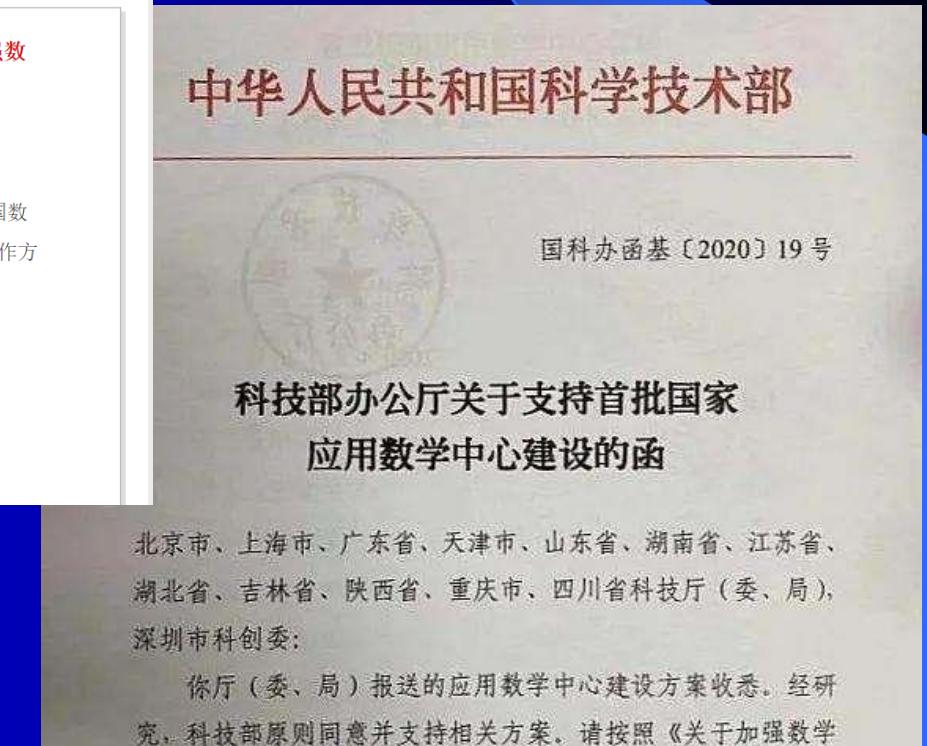
信息名称：科技部办公厅 教育部办公厅 中科院办公厅 自然科学基金委办公室印发《关于加强数学科学研究工作方案》的通知
索引号：306-07-2019-853 信息类别：规范性文件2019
发布机构：科技部办公厅;教育部办公厅;中科院办公厅;自然科学基金委 发文日期：2019年07月12日
文号：国科办基〔2019〕61号 效力：

科技部办公厅 教育部办公厅 中科院办公厅 自然科学基金委办公室印发《关于加强数学科学研究工作方案》的通知
国科办基〔2019〕61号

各有关单位：

为落实《关于全面加强基础科学研究的若干意见》（国发〔2018〕4号）要求，切实加强我国数学科学研究，科技部、教育部、中科院、自然科学基金委联合制定了《关于加强数学科学研究工作方案》。现印发给你们，请结合本单位实际认真落实。

科技部办公厅 教育部办公厅 中科院办公厅
自然科学基金委办公室
2019年7月12日

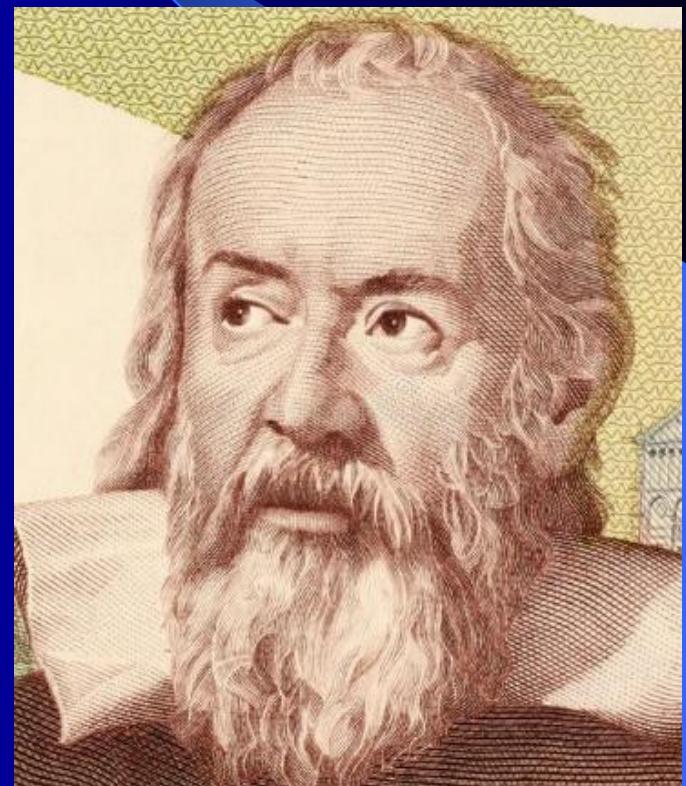


数学：好的选择

作为一个基础学科，本科学数学是很好的选择

If I were again beginning my studies, I would follow the advice of Plato and start with mathematics.

Galileo Galilei (1564-1642)



伽利略

希望公众：关心和喜欢数学

比无知更可怕的是以无知为荣

百度 数学不好 上北大清华

网页 资讯 视频 图片 知道 文库 贴吧 采购 地图 更多»

百度为您找到相关结果约3,780,000个

钱钟书大文学家数学不好能上清华,他数学考试零分,却被北大录取

2019年3月13日 - 自己的成就没有影响的人大有人在,比如钱钟书就是一个数学不好的人,但是进了清华却横扫图书馆,而除了他之外还有一个人被人传出数学只考了零分,却照样被北大...

郭大侠说历史 - 百度快照

高考:都说数学难,他们考了满分!总分均为718,进北大or清华?

2019年6月23日 - 之前很多人反馈,今年高考数学难,很多人考得不好。高考后,有很多人在争论数学难度...那么,他们到底是去北大还是清华呢?目前还没有消息。你们觉得他们进北大好还是...

博雅燕园 - 百度快照

民国时,数学零分可以上北大清华,现在还有可能吗

2019年6月29日 - 民国时期,有数名名人因为数学成绩差,但是其他科成绩却非常优秀,所以名校向他们敞开...所以想数学零分上北大清华,那是不可能的。我们看今年高考才女武亦姝,几乎每科...

腾讯 - 百度快照

此人数学考了0分,其他科门门满分,北大拒绝录取,清华:来我这

2020年3月12日 - 由此看来,吴晗虽然没有进北大,但是进了清华也算非常好的,很多人都在想,北大为何从不录取有一门功课考零分的人,即使你其他功课再优秀,尤其是数学。细细想来...

baijiahao.baidu.com - 百度快照



I can not understand why people are proud of something they do not know.

Martin Groetschel(1948-)

优点多多益善
如果 $B > 0$, 必有 $A+B > A$



致谢

主办单位：中国工业与应用数学学会

协办单位：中国数学会、中国运筹学会

直播平台：ClassIn

感谢学生们以及数学界同仁和朋友们对在我准备PPT时所提供的相关帮助和建议

- 本报告中不少照片是从网络下载，出处无法标明
- 本报告中在 π 中查数串的网址为
<http://www.subidom.com/pi/pi.asp>
- 本报告可在<http://lsec.cc.ac.cn/~yyx> 下载

祝大家数学节快乐！

谢谢！

